

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Министерство образования и науки Удмуртской Республики
Управление образования Администрации муниципального образования
"Муниципальный округ Игринский район Удмуртской Республики"
МБОУ Игринская СОШ № 5

Рассмотрена на заседании
ШМО учителей
естественно-научного цикла
протокол
от «_30_»_08_2023_г. №_5_
Руководитель ШМО
_____Л.А. Тебенькова_

Принята
на заседании педагогического совета
протокол
от «_31_»_08_2023_г. №_10_

Согласовано
Заместитель директора по УВР

_____М.В. Шкляева



Утверждена
Директор школы

_____Т.В. Измestьева

приказ от «_31_»_08_2023_г. №_170_

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
по предмету ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА
уровень основного общего образования
(7 класс, срок реализации – 1 год)

Игра, 2023 год

Пояснительная записка

Рабочая программа по Занимательной математике ориентирована на учащихся 7 классов и реализуется на основе следующих документов:

- Закон Российской Федерации «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ (принят Государственной Думой 21 декабря 2012 года, одобрен Советом Федерации 26 декабря 2012 года) (с изм.- Закон Российской Федерации от 03.08.2018 г. №317-ФЗ «О внесении изменений в ст.11 и 14 ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ,
- [приказа Минпросвещения России от 18.05.2023 № 370](#) «Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования»;
- [приказа Минобрнауки России от 17.12.2010 № 1897](#) «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования»;
- Устава МБОУ Игринская СОШ №5 (шестая редакция), утв. Постановлением Администрации муниципального образования «Муниципальный округ Игринский район Удмуртской Республики» от 12.01.2022 г. №10, Положения о формах, периодичности и порядке текущего контроля успеваемости обучающихся по основным общеобразовательным программам и регламентирует порядок разработки, **утверждения** и реализации рабочих программ.

Программа предусматривает обучение учеников разного уровня развития. Рассчитана на 1 час в неделю (34 часа за учебный год).

- Для реализации учебной программы используется учебник: математика 5-9 класс: Алгебра. Рабочие программы. Предметная линия учебников Ю.Н. Макарычева и других 7-9 классы: учебное пособие для общеобразовательных организаций / Н.Г. Миндюк. – 3-е изд.- М.: Просвещение, 2016.

Программа данного курса адресована учащимся 7 классов общеобразовательной школы, предусматривает обучение учеников разного уровня развития. Программа представляет систему занятий, направленных на формирование умения нестандартно мыслить, анализировать, сопоставлять, делать логические выводы, на расширение кругозора учащихся, рассчитана на 34 часа, 1 час в неделю.

Актуальность курса состоит в том, что он направлен на расширение знаний учащихся по математике, развитие их теоретического мышления и логической культуры.

Новизна данного курса заключается в том, что программа включает новые для учащихся задачи, не содержащиеся в базовом курсе. Предлагаемый курс содержит задачи по разделам, которые обеспечат более осознанное восприятие учебного материала. Творческие задания позволяют решать поставленные задачи и вызвать интерес у обучающихся. Включенные в программу задания позволяют повышать образовательный уровень всех учащихся, так как каждый сможет работать в зоне своего ближайшего развития.

Отличительные особенности данного курса состоит в том, что этот курс подразумевает доступность предлагаемого материала для учащихся, планомерное развитие их интереса к предмету. Сложность задач нарастает постепенно. Приступая к решению более сложных задач, рассматриваются вначале простые, входящие как составная часть в решение трудных. Развитию интереса способствуют математические игры, викторины, проблемные задания и т.д.

Цель программы:

- Создание условий и содействие интеллектуальному развитию детей.
- Привитие интереса учащихся к математике.
- Отрабатывать навыки решения нестандартных задач.
- Воспитание настойчивости, инициативы.
- Развитие математического мышления, смекалки, математической логики.
- Развитие математического кругозора, мышления, исследовательских умений учащихся и повышение их общей культуры.
- Развитие у учащихся умений действовать самостоятельно (работа с сообщением, рефератом, выполнение творческих заданий).
- Создать своеобразную базу для творческой и исследовательской деятельности учащихся.
- Повысить информационную и коммуникативную компетентность учащихся.

- Формирование умений выдвигать гипотезы, строить логические умозаключения, пользоваться методами аналогии, анализа и синтеза.

Формы и методы проведения занятий

Изложение теоретического материала факультативных занятий может осуществляться с использованием традиционных словесных и наглядных методов: рассказ, беседа, демонстрация видеоматериалов, наглядного материала, а также интернет ресурсов.

При проведении занятий по курсу на первое место выйдут следующие формы организации работы: групповая, парная, индивидуальная.

Методы работы: частично-поисковые, эвристические, исследовательские, тренинги.

Ведущее место при проведении занятий должно быть уделено задачам, развивающим познавательную и творческую активность учащихся. Изложение материала может осуществляться с использованием активных методов обучения.

Важным условием организации процесса обучения на факультативных занятиях является выбор учителем рациональной системы форм и методов обучения, её оптимизация с учётом возрастных особенностей учащихся, уровня математической подготовки, а также специфики образовательных и воспитательных задач.

Формы организации деятельности обучающихся:

- индивидуально-творческая деятельность;
- творческая деятельность в малой подгруппе (3-6 человек);
- коллективная творческая деятельность,
- работа над проектами,
- учебно-игровая деятельность (познавательные игры, занятия);
- игровой тренинг;
- конкурсы, турниры.

Общая характеристика курса

Обучение детей организуется в форме игры, обеспечивающих эмоциональное взаимодействие и общение с взрослым. Создаются условия для свободного выбора ребёнком содержания деятельности и возникновения взаимообучения детей. Основное место занимает содержание взаимодействия и общение взрослого с детьми, основанное на понимании того, что каждый ребёнок обладает неповторимой индивидуальностью и ценностью, способен к непрерывному развитию.

Формируются такие качества и свойства психики детей, которые определяют собой общий характер поведения ребенка, его отношение ко всему окружающему и представляют собой «заделы» на будущее, так как именно в этот период складывается потенциал для дальнейшего познавательного, волевого и эмоционального развития ребёнка.

Задачи данного курса решаются в процессе ознакомления детей с разными областями математической действительности: с количеством и счетом, измерением и сравнением величин, пространственными и временными ориентировками.

Данный курс создаёт условия для развития у детей познавательных интересов, формирует стремление ребёнка к размышлению и поиску, вызывает у него чувство уверенности в своих силах, в возможностях своего интеллекта. Во время занятий по предлагаемому курсу происходит становление у детей развитых форм самосознания и самоконтроля, у них исчезает боязнь ошибочных шагов, снижается тревожность и необоснованное беспокойство. В результате этих занятий ребята достигают значительных успехов в своём развитии.

Методы и приёмы организации деятельности на занятиях по развитию познавательных способностей ориентированы на усиление самостоятельной практической и умственной деятельности, а также познавательной активности детей. Данные занятия носят не оценочный, а в большей степени развивающий характер. Поэтому основное внимание на занятиях обращено на такие качества ребёнка, развитие и совершенствование которых очень важно для формирования полноценной мыслящей личности. Это – внимание, восприятие, воображение, различные виды памяти и мышление.

Личностные, метапредметные результаты освоения конкретного учебного курса:

Личностными результатами изучения курса «Занимательная математика» являются формирование следующих умений и качеств:

- развитие умений ясно, точно и грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи;
- креативность мышления, общекультурное и интеллектуальное развитие, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;

- формирование готовности к саморазвитию, дальнейшему обучению;
- выстраивать конструкции (устные и письменные) с использованием математической терминологии и символики, выдвигать аргументацию, выполнять перевод текстов с быденного языка на математический и обратно;
- стремление к самоконтролю процесса и результата деятельности;
- способность к эмоциональному восприятию математических понятий, логических рассуждений, способов решения задач, рассматриваемых проблем.

Метапредметным результатом изучения курса является формирование универсальных учебных действий (УУД).

• **Регулятивные УУД:**

- самостоятельно обнаруживать и формулировать учебную проблему, определять цель УД;
- выдвигать версии решения проблемы, осознавать (и интерпретировать в случае необходимости) конечный результат, выбирать средства достижения цели из предложенных, а также искать их самостоятельно;
- составлять (индивидуально или в группе) план решения проблемы (выполнения проекта);
- разрабатывать простейшие алгоритмы на материале выполнения действий с натуральными числами, обыкновенными и десятичными дробями, положительными и отрицательными числами;
- сверять, работая по плану, свои действия с целью и при необходимости исправлять ошибки самостоятельно (в том числе и корректировать план);
- совершенствоваться в диалоге с учителем самостоятельно выбранные критерии оценки.

• **Познавательные УУД:**

- формировать представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, о ее значимости в развитии цивилизации;
- проводить наблюдение и эксперимент под руководством учителя;
- осуществлять расширенный поиск информации с использованием ресурсов библиотек и Интернета;
- определять возможные источники необходимых сведений, анализировать найденную информацию и оценивать ее достоверность;
- использовать компьютерные и коммуникационные технологии для достижения своих целей;
- создавать и преобразовывать модели и схемы для решения задач;
- осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;
- анализировать, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления;
- давать определения понятиям.

• **Коммуникативные УУД:**

- самостоятельно организовывать учебное взаимодействие в группе (определять общие цели, договариваться друг с другом и т. д.);
- в дискуссии уметь выдвинуть аргументы и контраргументы;
- учиться критично относиться к своему мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения и корректировать его;
- понимая позицию другого, различать в его речи: мнение (точку зрения), доказательство (аргументы), факты (гипотезы, аксиомы, теории);
- уметь взглянуть на ситуацию с иной позиции и договариваться с людьми иных позиций.

Предметные результаты.

- Учащиеся должны научиться анализировать задачи, составлять план решения, решать задачи, делать выводы.
- Решать задачи на смекалку, на сообразительность.
- Решать логические задачи.
- Работать в коллективе и самостоятельно.
- Расширить свой математический кругозор.
- Пополнить свои математические знания.
- Научиться работать с дополнительной литературой.
- анализировать, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления;
- давать определения понятиям.

Планируемые результаты изучения учебного курса

- В ходе освоения содержания программы факультативных занятий «Занимательная математика» ожидаются:

- Развитие общеучебных умений, навыков и способов познавательной деятельности школьников;
- Освоение учащимися на более высоком уровне общих операций логического мышления: анализ, синтез, сравнение, обобщение, систематизация и др., в результате решения ими соответствующих задач и упражнений, дополняющих основной материал курса;
- Повышение уровня математического развития школьников в результате углубления и систематизации их знаний по основному курсу;

Основные знания и умения учащихся

В результате работы на кружке “Занимательная математика” учащиеся должны знать: основные способы решения нестандартных задач; основные понятия, правила, теоремы.

Учащиеся должны уметь:

- решать нестандартные задачи, применяя изученные методы;
- применять основные понятия, правила при решении логических задач;
- создавать математические модели практических задач;
- проводить небольшие математические исследования, высказывать собственные гипотезы и доказывать их.

Целевые ориентиры результатов воспитания на уровне основного общего образования.

Реализация воспитательного потенциала уроков Занимательной математики предусматривает:

- максимальное использование воспитательных возможностей содержания учебных предметов для формирования у обучающихся российских традиционных духовно-нравственных и социокультурных ценностей, российского исторического сознания на основе исторического просвещения; подбор соответствующего содержания уроков, заданий, вспомогательных материалов, проблемных ситуаций для обсуждений;

- включение в рабочие программы по учебным предметам, курсам, модулям целевых ориентиров результатов воспитания, их учет в определении воспитательных задач уроков, занятий;

- включение учителями в рабочие программы учебных предметов, курсов, модулей тематики в соответствии с календарным планом воспитательной работы;

- выбор методов, методик, технологий, оказывающих воспитательное воздействие на личность в соответствии с воспитательным идеалом, целью и задачами воспитания, целевыми ориентирами результатов воспитания; реализацию приоритета воспитания в учебной деятельности;

- привлечение внимания обучающихся к ценностному аспекту изучаемых на уроках предметов, явлений и событий, инициирование обсуждений, высказываний своего мнения, выработки своего личностного отношения к изучаемым событиям, явлениям, лицам;

- применение интерактивных форм учебной работы – интеллектуальных, стимулирующих познавательную мотивацию, игровых методик, дискуссий, дающих возможность приобрести опыт ведения конструктивного диалога; групповой работы, которая учит строить отношения и действовать в команде, способствует развитию критического мышления;

- побуждение обучающихся соблюдать нормы поведения, правила общения со сверстниками и педагогическими работниками, соответствующие укладу общеобразовательной организации, установление и поддержку доброжелательной атмосферы;

- организацию наставничества мотивированных и эрудированных обучающихся над неуспевающими одноклассниками, в том числе с особыми образовательными потребностями, дающего обучающимся социально значимый опыт сотрудничества и взаимной помощи;

- инициирование и поддержку исследовательской деятельности обучающихся, планирование и выполнение индивидуальных и групповых проектов воспитательной направленности (см. Приложение 2. Примерные темы проектных и учебно-исследовательских работ по Занимательной математике).

Содержание учебного курса:

- **За страницами учебника алгебры(11ч)** сравнивать разные приёмы действий, выбирать удобные способы для выполнения конкретного задания; ориентироваться в своей системе знаний: самостоятельно предполагать, какая информация нужна для решения той или иной задачи . делать выводы на основе обобщения знаний.
- **Решение нестандартных задач (5ч)** анализировать текст задачи: ориентироваться в тексте, выделять условие и вопрос, данные и искомые числа (величины);искать и выбирать необходимую информацию, содержащуюся в тексте задачи, на рисунке или в таблице, для ответа на заданные вопросы;
- **Геометрическая мозаика (7ч)** выделять фигуру заданной формы на сложном чертеже; анализировать расположение деталей исходной конструкции; составлять фигуры из частей, сравнивать и группировать факты и явления; определять причины событий.
- **Окно в историческое прошлое (5ч)** строить речевые высказывания в устной и письменной форме; уметь работать с различными источниками информации;
- **Конкурсы, игры (6ч)** строить речевые высказывания; владеть общим приемом решения задач; уметь действовать в соответствии с предложенным алгоритмом; осуществлять поиск необходимой информации для выполнения учебных заданий;

Виды деятельности

1. Устный счет
2. Проверка наблюдательности
3. Игровая деятельность
4. Решение занимательных задач, геометрических задач на разрезание и складывания
5. Разгадывание головоломок, ребусов, математических кроссвордов, викторин.
6. Защита рефератов и презентаций
7. Составление математических ребусов, кроссвордов.
8. Показ математических фокусов.
9. Участие в вечере занимательной математики.

КАЛЕНДАРНО ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	Тема занятия	Дата (факт.)	Основное содержание	Характеристика основных видов деятельности учащихся
Раздел 1. За страницами учебника алгебры (11ч)				
1	Математика в жизни человека		Математика в жизни человека. Развитие нумерации на Руси. Текстовые задачи прошлых лет. Решение текстовых задач. Задачи на составление уравнений. Математический кроссворд. Интеллектуальный марафон. Составление выражений.	Объяснять отличия в оценках одной и той же ситуации разными людьми. Работать по составленному плану, использовать наряду с основными и дополнительные средства (справочная литература, средства ИКТ); делать предположения об информации, которая нужна для решения учебной задачи; уметь слушать других, принимать другую точку зрения, изменять свою точку зрения. Развить внимательность, аккуратность, коммуникативные способности. Решение одной задачи
2	Как появилась алгебра?			
3	Развитие нумерации на Руси. Текстовые задачи прошлых лет			
4	Решение текстовых задач			
5	Решение типовых текстовых задач			
6	Задачи на составление уравнений			
7	Решение типовых текстовых задач. Разбор, анализ, методы решения задач.			
8	Математический			

	кроссворд		Головоломки и числовые ребусы	различными способами. Развитие аналитической и исследовательской деятельности. Выбор наиболее рационального способа.
9	Интеллектуальный марафон			
10	Составление выражений			
11	Головоломки и числовые ребусы			

Раздел 2. Решение нестандартных задач.(5ч)

12	Весёлый час. Задачи в стихах.		Математические головоломки. Задачи-шутки. Задачи-загадки. Задачи на определение возраста. Задачи, решаемые с конца. Задачи на взвешивание и переливание. Задачи, решаемые уравниванием. На движение. Логические задачи. Решение олимпиадных задач.	Строить рассуждения. Объяснять самому себе свои наиболее заметные достижения. Определять цель учебной деятельности, осуществлять поиск средства её достижения; передавать содержание в сжатом, выборочном или развёрнутом виде; уметь понимать точку зрения другого. Строить рассуждения, объяснять самому себе свои наиболее заметные достижения, проявлять устойчивый и широкий интерес к способам решения познавательных задач, оценивать свою учебную деятельность. Составлять план выполнения задач, решения проблем творческого и поискового характера; делать предположения об информации, которая нужна для решения учебной задачи; уметь принимать точку зрения другого, слушать друг друга.
13	Логические задачи			
14	Текстовые задачи(математические игры, выигрышные ситуации)			
15	Решение олимпиадных задач прошлых лет			
16	Решение олимпиадных задач			

Раздел 3. Геометрическая мозаика (7ч)

17	Решение геометрической задачи на доказательство		Простейшие геометрические фигуры. Геометрия на клетчатой бумаге. Вырезание из бумаги. Поиск треугольников в фигурах сложной конфигурации. Конструирование фигур из треугольников. Геометрические головоломки. Задачи на разрезание и складывание фигур. Решение задач, формирующих геометрическую наблюдательность. Топологические опыты. Турнир по	Ознакомить с функциональными возможностями основных геометрических инструментов. Проявлять положительное отношение к урокам математики, к способам решения познавательных задач, оценивать свою учебную деятельность, применять правила делового сотрудничества. Составлять план выполнения задач, решения проблем творческого и поискового характера; делать предположения об информации, которая нужна для решения учебной задачи; уметь взглянуть на ситуацию с иной позиции и договориться с людьми, имеющими другую точку зрения. Показать возможности клетчатой бумаги. Объяснять отличия в
18	Геометрические головоломки. Пентамино.			
19	Геометрия на клетчатой бумаге			
20	Задачи на разрезание и складывание фигур			
21	Геометрические головоломки			
22	Решение задач, формирующую геометрическую наблюдательность			
23	Турнир по геометрии			

			геометрии.	оценках одной и той же ситуации разными людьми. Уметь слушать других, принимать другую точку зрения, изменять свою точку зрения. Изучить свойства куба и решения практических задач. Проявлять положительное отношение к урокам математики, к способам решения познавательных задач, оценивать свою учебную деятельность, применять правила делового сотрудничества. Составлять план выполнения задач, решения проблем творческого и поискового характера. Изучить свойства параллелепипеда и решения практических задач. Развить логическое мышление и умение анализировать ситуацию. Проявлять интерес к способам решения новых учебных задач, понимать причины успеха в учебной деятельности, давать положительную оценку и самооценку результатов учебной деятельности. Понимать причины своего неуспеха и находить способы выхода из этой ситуации; уметь оформлять мысли в устной и письменной речи с учетом речевых ситуаций.
--	--	--	------------	--

Раздел 4 Окно в историческое прошлое

24	Нестандартные задачи по геометрии		Нестандартные задачи по геометрии. Задачи древнего Востока. Задачи Древней Руси. Задачи Древней Греции. Решение сюжетных задач.	-воспринимать информацию на слух, отвечать на вопросы учителя. строить эффективное взаимодействие с одноклассниками при выполнении совместной работы.
25	Задачи древнего Востока			
26	Задачи Древней Руси			
27	Задачи Древней Греции			
28	Решение сюжетных задач			

Раздел 5 Конкурсы, игры

29	Математические головоломки, ребусы		Математические головоломки. «Математическая карусель» Геометрические головоломки. Пентамино. Танграм Игра «Морской бой» Задачи международного	Использование приобретённых математических знаний для описания и объяснения окружающих предметов, процессов, явлений, а также для оценки их количественных и пространственных отношений. Давать
30	«Математическая карусель»			
31	Геометрические головоломки. Пентамино. Танграм			
32	Игра «Морской бой»			
33	Задачи международного конкурса «Кенгуру»			

34	Итоговое занятие		конкурса «Кенгуру»	адекватную оценку результатам своей учебной деятельности, проявлять познавательный интерес к изучению предмета, к способам решения познавательных задач. Обнаруживать и формулировать учебную проблему совместно с учителем, сопоставлять и отбирать информацию, полученную из разных источников (справочники, Интернет); уметь понимать точку зрения другого, слушать.
----	------------------	--	--------------------	---

Описание учебно – методического и материально-технического обеспечения программы:

- Фарков А.В. Математические кружки в школе
- Математический кружок 7 класс/Гусев А.А.,М.: издательство Мнемозина 2013г.
- Математика. Внеурочные занятия 6-7 классы/ Т.Б. Анфимова,М: издательство ИЛЕКСА, 2015г.
- Математика. Организация познавательной деятельности 6-7 классы/ Г.М. Киселева, Волгоград, Учитель, 2013
- В царстве смекалки./ Е.И. Игнатъев.-М.:Наука. Главная редакция Ф-М литературы 1979г.
- Тысяча и одна задача по математике: Кн.: для учащихся 5-7 кл./ А.В.Спивак.-М.: Просвещения,2002г.
- Математические олимпиады в школе, 5-8 кл./А.В.Фарков.-М.: Айрис-пресс,2004г.

Приложение к факультативному курсу «Занимательная математика» для 7 класса

ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ НА ТЕМУ «ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ»

- 1.В первую бригаду привезли раствора цемента на 50 кг меньше, чем во вторую. Каждый час работы первая бригада расходовала 150 кг раствора, а вторая – 200кг. Через 3 ч работы в первой бригаде осталось раствора в 1,5 раза больше, чем во второй. Сколько раствора привезли в каждую бригаду?
- 2.Увеличив среднюю скорость с 250 до300 м/мин, спортсменка стала пробегать дистанцию на 1 мин быстрее. Какова длина дистанции?
- 3.Послан человек из Москвы в Вологду и велено ему проходить во всякий день по 40 вёрст. На следующий день вслед ему был послан другой человек и велено ему проходить по 45 вёрст в день. Через сколько дней второй догонит первого?
- 4.Чтобы сделать вовремя заказ, артель стеклодувов должна была изготавливать в день по 40 изделий. Однако она изготавливала ежедневно на 20 изделий больше и выполнила заказ на 3 дня раньше срока. Каков был срок выполнения заказа?
- 5.Расстояние между двумя поселками равно 9 км. Дорога имеет подъем, равнинный участок и спуск. Скорость пешехода на подъеме равна 4 км/ч, на равнинном участке 5 км/ч, а на спуске 6 км/ч. Сколько

км составляет равнинный участок, если пешеход проходит расстояние от одного поселка до другого и обратно за 3 ч 41 мин?

6. В хозяйстве за счет улучшения кормления коров жирность молока достигла 4,2%. При расчете на базисную жирность в 3,5% молокозавод засчитал хозяйству на 240 т молока больше, чем фактически продано заводу за год. Определите, сколько молока хозяйство фактически продало заводу?

Решение:

количество фактически проданного молока заводу за год примем за $(x)T$. Его жирность 4,2%. А при пересчете на жирность 3,5% завод к фактическому надою добавил 240 T, т.е. $(x+240)T$.

$$\begin{array}{l} \downarrow \quad xT - 4,2\% \quad \uparrow \\ (x+240)T - 3,5\% \\ \frac{x}{x+240} = \frac{3,5}{4,2}; \quad 4,2x = 3,5 \cdot (x+240) \\ 6x = 5x + 210 \\ x = 210 \end{array}$$

Ответ: фактически продано заводу молока 2100 т.

7. Два пешехода выходят навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 30 км. Если первый выйдет на 2 часа раньше второго, то он встретит второго пешехода через 4,5 часа после своего выхода. Если второй выйдет на 2 часа раньше первого, то он встретит первого пешехода через 5 часов после своего выхода. С какой скоростью идет каждый пешеход?

Решение: пусть первый пешеход двигался со скоростью (x) км/ч, а второй со скоростью (y) км/ч. В первом случае один пешеход пройдет $(4,5x)$ км, а другой – $(2,5y)$ км. Во втором случае первый пешеход пройдет $(3x)$ км, а второй – $(5y)$ км. Зная, что расстояние между двумя пунктами равно 30 км, можем составить систему уравнений:

$$\begin{cases} 4,5x + 2,5y = 30 \\ 3x + 5y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 5y = 60 \\ 3x + 5y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 30 \\ 5y = 30 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ 5y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$$

Ответ: скорость первого пешехода 5 км/ч, а второго 3 км/ч.

7. Турист, находящийся в спортивном лагере, должен успеть к поезду на железнодорожную станцию. Если он поедет на велосипеде со скоростью 15 км/ч, то опоздает на 30 минут. Если же он поедет на автобусе, скорость которого 40 км/ч, то приедет за 2 часа раньше до отхода поезда. Чему равно расстояние от лагеря до станции?

Решение: пусть расстояние от лагеря до станции равно (x) км. Тогда на велосипеде турист проедет это расстояние за $\frac{x}{15}$ ч, а на $\frac{x}{40}$ ч. Зная, что в первом случае турист опоздает на 0,5 ч, а во втором приедет на 2 часа раньше срока, составим уравнение:

$$\begin{array}{l} \frac{x}{15} - \frac{1}{2} = \frac{x}{40} + 2 \\ 8x - 60 = 3x + 240 \\ 8x - 3x = 240 + 60 \\ 5x = 300 \\ x = 60 \end{array}$$

8. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 25 км, одновременно выехали автобус и автомобиль. Во время пути автомобиль сделал остановку на 2 мин., но в пункт В приехал на 3 мин. раньше автобуса. Найдите скорости автомобиля и автобуса, если известно, что скорость автобуса в 1,2 раза меньше скорости автомобиля.

Решение: пусть скорость автобуса (x) км/ч, тогда скорость автомобиля $(1,2x)$ км/ч. Таким образом, время движения автобуса $\left(\frac{25}{x}\right)$ ч, а автомобиля $\left(\frac{25}{1,2x}\right)$ ч. Зная, что автомобиль сделал остановку на 2 мин., но приехал на 3 мин. раньше автобуса, составим уравнение:

$$\frac{25}{x} - \left(\frac{25}{1,2x} + \frac{1}{30} \right) = \frac{1}{20} \text{ мин} = \frac{1}{30} \text{ ч}$$

$$3 \text{ мин} = \frac{1}{20} \text{ ч}$$

ОДЗ: $x \neq 0$

$$\frac{25}{x} - \frac{25}{1,2x} - \frac{1}{30} = 1,2 \cdot \frac{1}{20}$$

$$\frac{25}{x} - \frac{25}{1,2x} = \frac{5}{60}$$

$$\frac{25 \cdot 1,2 - 25}{1,2x} = \frac{5}{60}$$

$$\frac{30 - 25}{1,2x} = \frac{5}{60}$$

$$1,2x \cdot 5 = 5 \cdot 60$$

$$6x = 300$$

$$x = 50$$

1. $50 \cdot 1,2 = 60$ (км/ч) – скорость автомобиля.

Ответ: 50 км/ч – скорость автобуса; 60 км/ч – скорость автомобиля.

9. Катер, собственная скорость которого 8 км/ч, прошел по реке расстояние, равное 15 км, по течению и такое же расстояние против течения реки. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 часа.

Решение: пусть скорость течения реки равна (x) км/ч, тогда $(8-x)$ км/ч – скорость катера против течения реки, а $(8+x)$ км/ч – скорость катера по течению реки. Запишем и решим уравнение:

$$15 \cdot (8-x) + 15 \cdot (8+x) = 4(8+x) \cdot (8-x)$$

$$120 - 15x + 120 + 15x = 4 \cdot (64 - x^2)$$

$$240 = 256 - 4x^2$$

$$4x^2 = 256 - 240$$

$$4x^2 = 16$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

т.к. $x = -2$ не подходит по смыслу задачи, то $x = 2$.

Ответ: 2 км/ч – скорость течения реки.

ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ ПО ТЕМЕ «ЗАДАЧИ НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ»

1. Две трубы при совместной работе могут наполнить бассейн за 4 часа. Если бы сначала первая труба наполнила половину бассейна, а затем ее перекрыли и открыли вторую, то наполнение бассейна было бы закончено за 9 часов. За сколько часов может наполнить этот бассейн каждая труба в отдельности?

Решение: вся работа равна 1. Пусть первая труба заполнит бассейн за (x) час., а вторая – за (y) час. Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{4}{y} = 1 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y + 4x = xy \\ x + y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(18-x) + 4x = 4(18-x) \\ y = 18-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 18x + 72 = 0 \\ y = 18-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 12, & x_2 = 6 \\ y_2 = 6, & y_2 = 12 \end{cases}$$

$$x^2 - 18x + 72 = 0$$

$$x_1 = 12, \quad x_2 = 6$$

Ответ одна труба может заполнить бассейн за 12 час., а вторая – за 6 час.

2. Одна из труб может наполнить водой бак на 10 мин. быстрее другой. За какое время может наполнить этот бак каждая труба, если при совместном действии этих труб в течение 8 мин. было

заполнено $\frac{2}{3}$ бака?

Решение: пусть одна труба заполняет бак за (x) мин., тогда вторая труба заполнит бак за $(x + 10)$ мин. Составим и решим уравнение:

$$\frac{8}{x} + \frac{8}{x+10} = \frac{2}{3}$$

$$24(x+10) + 24x = 2x(x+10)$$

$$24x + 240 + 24x = 2x^2 + 20x$$

$$24x + 24x - 2x^2 - 20x + 240 = 0$$

$$-2x^2 + 28x + 240 = 0$$

$$x^2 - 14x - 120 = 0$$

$$x_1 = 20, \quad x_2 = -6 - \text{не подходит по смыслу задачи}$$

1) $20 + 10 = 30$ мин.

Ответ: первая труба заполнит бак за 20 мин., а вторая – за 30 мин.

3. В бассейн проведены две трубы разного сечения. Одна равномерно подает, а вторая равномерно отводит воду, причем через первую бассейн наполняется на 2 часа дольше, чем через вторую

опорожняется. При заполненном на $\frac{1}{3}$ бассейна были открыты две трубы, и бассейн оказался пустым спустя 8 час. За сколько часов, действуя отдельно, первая труба наполняет, а вторая опорожняет бассейн.

4. Четыре бригады должны разгрузить вагон с продуктами. Вторая, третья и четвертая бригады вместе могут выполнить эту работу за 4 ч.; первая, третья и четвертая – за 3 часа. Если же будут работать только первая и вторая бригада, то вагон будет загружен за 6 час. За какое время могут разгрузить вагон все четыре бригады, работая вместе?

5. Две бригады, работая вместе, должны отремонтировать участок дороги за 18 дней. В действительности же получилось так, что сначала работала первая бригада, а заканчивала ремонт участка дороги вторая бригада. В результате ремонт участка дороги продолжался 40 дней, причем

первая бригада в свое рабочее время выполнила $\frac{2}{3}$ всей работы. За сколько дней был бы отремонтирован участок дороги каждой бригадой отдельно?

6. Одна мельница может смолоть 38 ц пшеницы за 6 часов, другая - 96 ц за 15 часов, третья – 35 ц за 7 часов. Как распределить 133 т пшеницы между мельницами, чтобы они мололи зерно в течение одного и того же времени.

7. Лесхоз планировал заготовить за несколько дней 216 новогодних елей. Первые три дня лесхоз выполнял установленную ежедневную норму, а потом стал заготавливать на 2 ели в день больше. Поэтому уже за 1 день до срока было заготовлено 232 ели. Сколько елей ежедневно заготавливал лесхоз в первые три дня работы.

8. Машинистка должна была напечатать за определенное время 200 страниц. Печатающая в день на 5 страниц больше, чем планировала, она завершила работу на два дня раньше срока. Сколько страниц в день печатала машинистка?

Решение: пусть машинистка фактически набирала (x) страниц в день, тогда по плану она должна была набирать $(x - 5)$ страниц в день. Таким образом планировалось напечатать 200 страниц за $200 : (x - 5)$ дней, в то время как машинистка справилась с работой на 2 дня раньше. Составим и решим уравнение:

$$\frac{200}{x-5} - \frac{200}{x} = 2 \quad \text{ОДЗ: } x \neq 0, x \neq 5$$

$$200x - 200(x - 5) = 2x(x - 5)$$

$$200x - 200x + 1000 = 2x^2 - 10x$$

$$2x^2 - 10x - 1000 = 0$$

$$x^2 - 5x - 100 = 0$$

$$x_1 = 25 \quad x_2 = -20 \text{ — не подходит по смыслу задачи}$$

Ответ: машинистка печатала по 25 страниц в день.

9. Николай планировал, что сможет хорошо подготовиться к экзамену, если будет решать по 12 задач в день. Однако ежедневно он перевыполнял свою норму на 8 задач и уже за 5 дней до экзамена решил на 20 задач больше, чем планировал сначала. Сколько задач решил Коля?

ЗАДАЧИ С ИСТОРИЧЕСКИМИ СЮЖЕТАМИ

1. Один небогатый римлянин взял в долг у заимодавца 50 сестерциев. Заимодавец поставил условие: «Ты вернешь мне в установленный срок 50 сестерциев и еще 20 % от этой суммы». Сколько сестерциев должен отдать небогатый римлянин заимодавцу, возвращая долг?

2. Некий человек взял в долг у ростовщика 100 руб. Между ними было заключено соглашение о том, что должник обязан вернуть деньги ровно через год, доплатив еще 80 % суммы долга, но через 6 месяцев должник решил вернуть долг. Сколько рублей он вернет ростовщику?

3. Завещание Бенджамена Франклина: «Препоручаю 1000 фунтов стерлингов бостонским жителям. Если они примут эту тысячу фунтов, то должны поручить ее отборнейшим гражданам, а они будут давать их с процентами по 5 на 100 в год в заем молодым ремесленникам. Сумма эта через 100 лет возвысится до 131000 фунтов. Я желаю, чтобы тогда 100000 фунтов употреблены были на постройку общественных зданий, а остальные 31000 фунтов отданы были в проценты на 100 лет. По истечении второго столетия сумма возрастет до 4061000 фунтов, из коих 1061000 фунтов оставляю в распоряжении бостонских жителей, а 3000000 - правлению Массачусетской общины. Далее не осмеливаюсь простираť своих видов». Мы видим, что завещав всего 1000 фунтов, Б. Франклин распоряжается миллионами. Проверьте, не ошибся ли он в своих расчетах.

ЗАДАЧИ С ЛИТЕРАТУРНЫМИ СЮЖЕТАМИ

Различные истории, связанные с процентными вычислениями, встречаются в ряде художественных произведений, в исторических документах и преданиях.

1. В романе М.Е. Салтыкова-Щедрина «Господа Головлевы» есть такой эпизод: «Порфирий Владимирович сидит у себя в кабинете, исписывая цифирными выкладками листы бумаги. На этот раз его занимает вопрос: «Сколько было бы теперь у него денег, если бы маменька Арина Петровна подаренные ему при рождении дедушкой на зубок 100 рублей ассигнациями не присвоила бы себе, а положила бы в ломбард на имя малолетнего Порфирия? Выходит, однако, немного: всего 800 рублей ассигнациями». (Предположить, что Порфирию Владимировичу в момент счета было 53 года)

Сколько процентов в год платит ломбард?

2. В романе М.Е. Салтыкова-Щедрина «Господа Головлевы» сын Порфирия Владимировича Петя проиграл в карты казенные 3000 руб. и попросил у бабушки эти деньги взаймы. Он говорил: «Я бы хороший процент дал. Пять процентов в месяц». Подсчитайте, сколько денег готов вернуть Петя через год, согласись бабушка на его условия.

3. В новелле О.Бальзака «Гобсек» один из героев, господин Дервиль, взял у ростовщика Гобсека сумму в 150000 франков сроком на 10 лет под 15 % годовых. Вычислите, какую сумму вернул Дервиль Гобсеку по прошествии этого срока.